ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 25 № 4 2019

УДК 519.17

НЕСУЩЕСТВОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ Q-ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ДИСТАНЦИОННО РЕГУЛЯРНЫХ ГРАФОВ[1]

А. А. Махнев, М. П Голубятников

И. Н. Белоусов, А. А. Махнев и М. С. Нирова нашли описание Q-полиномиальных дистанционно регулярных графов Γ диаметра 3, для которых графы Γ_2 и Γ_3 сильно регулярны. Пусть $a = a_3$. Γ — граф типа (I), если $c_2 + 1$ делит a; Γ — граф типа (II), если $c_2 + 1$ делит $a + 1$; Γ — граф типа (III), если $c_2 + 1$ не делит a и не делит $a + 1$. Если Γ – граф типа (II), то $a + 1 = w(c_2 + 1)$, $t^2 = w(w(c_2 + 1) + c_2)$ и либо

(i) $w = s^2$, $t^2 = s^2(s^2(c_2 + 1) + c_2)$, $(s^2(c_2 + 1) + c_2$ является квадратом некоторого целого числа u, $c_2 = (u^2 - s^2)/(s^2 + 1)$, $t = su$, $a = (u^2s^2 - 1)/(s^2 + 1)$, либо

(ii) $c_2 = sw$, $t^2 = w^2(sw + 1 + s)$, $sw + 1 + s$ является квадратом некоторого целого числа u, $c_2 = (u^2 - 1)w/(w + 1)$, $t = uw$, $a = (u^2w^2 - 1)/(w + 1)$ и Γ имеет массив пересечений

$$\left\{\frac{u^3w^2 + u^2w^2 + uw - 1}{w + 1}, \frac{(u^2 - 1)uw^2}{w + 1}, \frac{(u^2w + 1)w}{w + 1}; 1, \frac{(u^2 - 1)w}{w + 1}, \frac{(u^2w + 1)uw}{w + 1}\right\}.$$

В случае графа типа (IIii) для $w = u$ мы получаем массив пересечений $\{w^4 + w - 1, w^4 - w^3, (w^2 - w + 1)w; 1, w(w - 1), (w^2 - w + 1)w^2\}$. В статье доказано, что графы с такими массивами пересечений не существуют для четных w.

Ключевые слова: дистанционно регулярный граф, Q-полиномиальный граф.

A. A. Makhnev, M. P. Golubyatnikov. Nonexistence of certain Q-polynomial distance-regular graphs.

I. N. Belousov, A. A. Makhnev, and M. S. Nirova described Q-polynomial distance-regular graphs Γ of diameter 3 for which the graphs Γ_2 and Γ_3 are strongly regular. Set $a = a_3$. A graph Γ has type (I) if $c_2 + 1$ divides a, type (II) if $c_2 + 1$ divides $a + 1$, and type (III) if $c_2 + 1$ divides neither a nor $a + 1$. If Γ is a graph of type (II), then $a + 1 = w(c_2 + 1)$, $t^2 = w(w(c_2 + 1) + c_2)$, and either

(i) $w = s^2$, $t^2 = s^2(s^2(c_2 + 1) + c_2)$, $(s^2(c_2 + 1) + c_2$ is the square of an integer u, $c_2 = (u^2 - s^2)/(s^2 + 1)$, $t = su$, and $a = (u^2s^2 - 1)/(s^2 + 1)$ or

(ii) $c_2 = sw$, $t^2 = w^2(sw + 1 + s)$, $sw + 1 + s$ is the square of an integer u, $c_2 = (u^2 - 1)w/(w + 1)$, $t = uw$, $a = (u^2w^2 - 1)/(w + 1)$, and Γ has intersection array

$$\left\{\frac{u^3w^2 + u^2w^2 + uw - 1}{w + 1}, \frac{(u^2 - 1)uw^2}{w + 1}, \frac{(u^2w + 1)w}{w + 1}; 1, \frac{(u^2 - 1)w}{w + 1}, \frac{(u^2w + 1)uw}{w + 1}\right\}.$$

If a graph of type (IIii) is such that $w = u$, then it has intersection array $\{w^4 + w - 1, w^4 - w^3, (w^2 - w + 1)w; 1, w(w - 1), (w^2 - w + 1)w^2\}$. We prove that graphs with such intersection arrays do not exist for even w.

Keywords: distance-regular graph, Q-polynomial graph.

MSC: 05C25

DOI: 10.21538/0134-4889-2019-25-4-136-141

Введение

Мы рассматриваем неориентированные графы без петель и кратных ребер. Для вершины a графа Γ через $\Gamma_i(a)$ обозначим i-окрестность вершины a, т. е. подграф, индуцированный Γ на множестве всех вершин, находящихся на расстоянии i от a. Положим $[a] = \Gamma_1(a)$, $a^\perp = \{a\} \cup [a]$.

[1]Работа выполнена при поддержке соглашения между Министерством образования и науки Российской Федерации и Уральским федеральным университетом от 27.08.2013, № 02.A03.21.0006.

Пусть Γ — граф диаметра d, $i \in \{2, 3, \ldots, d\}$. Граф Γ_i имеет то же самое множество вершин, и вершины u, w смежны в Γ_i, если $d_\Gamma(u, w) = i$.

Если вершины u, w находятся на расстоянии i в Γ, то через $b_i(u, w)$ (через $c_i(u, w)$) обозначим число вершин в пересечении $\Gamma_{i+1}(u)$ ($\Gamma_{i-1}(u)$) с $[w]$. Граф Γ диаметра d называется *дистанционно регулярным с массивом пересечений* $\{b_0, b_1, \ldots, b_{d-1}; c_1, \ldots, c_d\}$, если значения $b_i(u, w)$ и $c_i(u, w)$ не зависят от выбора вершин u, w на расстоянии i в Γ для любого $i = 0, \ldots, d$. Положим $a_i = k - b_i - c_i$. Заметим, что для дистанционно регулярного графа b_0 — это степень графа и $c_1 = 1$. Далее, через $p^l_{ij}(x, y)$ обозначим число вершин в подграфе $\Gamma_i(x) \cap \Gamma_j(y)$ для вершин x, y, находящихся на расстоянии l в графе Γ. В дистанционно регулярном графе числа $p^l_{ij}(x, y)$ не зависят от выбора вершин x, y, обозначаются p^l_{ij} и называются числами пересечений графа Γ (см. [1]).

И. Н. Белоусов, А. А. Махнев и М. С. Нирова [2] нашли описание Q-полиномиальных дистанционно регулярных графов Γ диаметра 3, для которых графы Γ_2 и Γ_3 сильно регулярны. Положим $a = a_3$. Скажем, что Γ — граф типа (I), если $c_2 + 1$ делит a; Γ — граф типа (II), если $c_2 + 1$ делит $a + 1$; Γ — граф типа (III), если $c_2 + 1$ не делит a и не делит $a + 1$.

Граф типа (Ii) имеет массив пересечений

$$\Big\{\frac{(s^2+su-1)(u^2-1)}{s^2-1}, \frac{(u^2-s^2)su}{s^2-1}, u^2; 1, \frac{u^2-s^2}{s^2-1}, \frac{su^3-su}{s^2-1}\Big\}.$$

Граф типа (Iii) имеет массив пересечений

$$\Big\{\frac{(u^2w+u^2-1)(uw+u+w)}{w}, \frac{(u^2-1)u(w+1)^2}{w}, u^2(w+1); 1, \frac{(w+1)(u^2-1)}{w},$$
$$\frac{(u^2w+u^2-1)u(w+1)}{w}\Big\}.$$

Граф типа (IIi) имеет массив пересечений

$$\Big\{\frac{u^3s+u^2s^2+us-1}{s^2+1}, \frac{(u^2-s^2)su}{s^2+1}, \frac{(u^2+1)s^2}{s^2+1}; 1, \frac{u^2-s^2}{s^2+1}, \frac{(u^2+1)su}{s^2+1}\Big\}.$$

Граф типа (IIii) имеет массив пересечений

$$\Big\{\frac{u^3w^2+u^2w^2+uw-1}{w+1}, \frac{(u^2-1)uw^2}{w+1}, \frac{(u^2w+1)w}{w+1}; 1, \frac{(u^2-1)w}{w+1}, \frac{(u^2w+1)uw}{w+1}\Big\}.$$

В классе графов типа (IIii) при $w = u$ возникает серия массивов пересечений $\{w^4 + w - 1, w^4 - w^3, (w^2 - w + 1)w; 1, w(w - 1), (w^2 - w + 1)w^2\}$. Положим $s = w + 1$. В работе доказано, что дистанционно регулярный граф с массивом пересечений $\{(s+1)^4+s, (s+1)^4-(s+1)^3, (s^2+s+1)(s+1); 1, (s+1)s, (s^2+s+1)(s+1)^2\}$ не существует при нечетном s.

Теорема 1. *Пусть* Γ *— дистанционно регулярный граф с массивом пересечений*

$$\{(s+1)^4+s, (s+1)^4-(s+1)^3, (s^2+s+1)(s+1); 1, (s+1)s, (s^2+s+1)(s+1)^2\}.$$

Если число s *нечетно, то* Γ *не существует.*

Теорема 2. *Дистанционно регулярные графы с массивами пересечений* $\{83, 54, 21; 1, 6, 63\}$ $(s = 2)$ *и* $\{629, 500, 105; 1, 20, 525\}$ $(s = 4)$ *не существуют.*

Доказательства теорем опираются на метод вычисления тройных чисел пересечений [3].

Пусть Γ — дистанционно регулярный граф диаметра d. Если u_1, u_2, u_3 — вершины графа Γ, r_1, r_2, r_3 — неотрицательные целые числа, не большие d, то $\left\{ {u_1u_2u_3 \atop r_1r_2r_3} \right\}$ — множество вершин

$w \in \Gamma$ таких, что $d(w,u_i) = r_i$, $\begin{bmatrix} u_1u_2u_3 \\ r_1r_2r_3 \end{bmatrix} = \left| \left\{ \begin{matrix} u_1u_2u_3 \\ r_1r_2r_3 \end{matrix} \right\} \right|$. Числа $\begin{bmatrix} u_1u_2u_3 \\ r_1r_2r_3 \end{bmatrix}$ называются тройными числами пересечений. Для фиксированной тройки вершин u_1, u_2, u_3 вместо $\begin{bmatrix} u_1u_2u_3 \\ r_1r_2r_3 \end{bmatrix}$ будем писать $[r_1r_2r_3]$. К сожалению, для чисел $[r_1r_2r_3]$ нет общих формул. Однако в [4] предложен метод вычисления некоторых чисел $[r_1r_2r_3]$.

Пусть u, v, w — вершины графа Γ, $W = d(u,v)$, $U = d(v,w)$, $V = d(u,w)$. Так как имеется точно одна вершина $x = u$ такая, что $d(x,u) = 0$, то число $[0jh]$ равно 0 или 1. Отсюда $[0jh] = \delta_{jW}\delta_{hV}$. Аналогично, $[i0h] = \delta_{iW}\delta_{hU}$ и $[ij0] = \delta_{iU}\delta_{jV}$.

Другое множество уравнений можно получить, фиксируя расстояние между двумя вершинами из $\{u,v,w\}$. Сосчитав число вершин всех расстояний от третьей, получим $\sum_{l=1}^{d}[ljh] = p^U_{jh} - [0jh]$, $\sum_{l=1}^{d}[ilh] = p^V_{ih} - [i0h]$, $\sum_{l=1}^{d}[ijl] = p^W_{ij} - [ij0]$.

При этом некоторые тройки исчезают. При $|i-j| > W$ или $i+j < W$ имеем $p^W_{ij} = 0$, поэтому $[ijh] = 0$ для всех $h \in \{0,\dots,d\}$.

Положим $S_{ijh}(u,v,w) = \sum_{r,s,t=0}^{d} Q_{ri}Q_{sj}Q_{th} \begin{bmatrix} uvw \\ rst \end{bmatrix}$. Если параметр Крейна q^h_{ij} равен 0, то из [3, теорема 3] имеем $S_{ijh}(u,v,w) = 0$.

1. Доказательство теоремы 1

В этом разделе Γ — дистанционно регулярный граф с массивом пересечений

$$\{(s+1)^4+s, (s+1)^4-(s+1)^3, (s^2+s+1)(s+1); 1, (s+1)s, (s^2+s+1)(s+1)^2\},$$

спектром $((s+1)^4+s)^1$, $(s^3+3s^2+4s+1)^{f(s)}$, $-1^{f(s)(s+1)^2}$, $(-s^2-s-1)^{f(s)(s+1)}$ и дуальной матрицей собственных значений

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & f(s) & f(s)(s+1)^2 & f(s)(s+1) \\ 1 & s^3+3s^2+4s+1 & -(s+1)^2 & -(s^2+s+1)(s+1) \\ 1 & -1 & -(s+1)^2 & (s+1)^2 \\ 1 & -s^2-s-1 & (s+1)^3 & -(s^2+s+1)(s+1) \end{pmatrix},$$

где $f(s) = s^4+4s^3+6s^2+5s+1$.

Если $s=1$, то Γ имеет массив пересечений $\{17,8,6;1,2,12\}$. Для этого графа $\mu=2$, $\lambda=8$, $17 < 1/2\cdot 8\cdot(8+3) = 44$, и по [1, предложение 4.3.2] должно выполняться условие делимости $(8+1)$ делит 17; противоречие. В дальнейшем будем считать, что $s \geq 2$.

Лемма 1.1. *Числа пересечений графа Γ равны*

(1) $p^1_{11} = s(s^2+3s+4)$, $p^1_{21} = s(s+1)^3$, $p^1_{22} = s(s^2+s+1)(s+2)(s+1)^2$, $p^1_{32} = (s^2+s+1)(s+1)^3$, $p^1_{33} = s(s^2+2s+2)(s+1)$;

(2) $p^2_{11} = s(s+1)$, $p^2_{21} = s(s^2+s+1)(s+2)$, $p^2_{22} = s(s^3+3s^2+3s+3)(s+1)^2$, $p^2_{31} = (s^2+s+1)(s+1)$, $p^2_{32} = s(s^2+s+1)(s+2)(s+1)$, $p^2_{33} = s(s^2+2s+2)(s+1)$;

(3) $p^3_{21} = (s^2+s+1)(s+1)^2$, $p^3_{22} = s(s^2+s+1)(s+2)(s+1)^2$, $p^3_{31} = s(s^2+2s+2)$, $p^3_{32} = s(s^2+2s+2)(s+1)^2$, $p^3_{33} = s(s^2+s+2)(s+1)$.

Доказательство. Утверждения проверяются непосредственно с помощью формул из [1, лемма 4.1.7]. □

Лемма 1.2. *Пусть u, v, w — вершины графа Γ с $d(u,v) = 2, d(u,w) = d(v,w) = 1$, $[ijh] = \begin{bmatrix} uvw \\ ijh \end{bmatrix}$ и $a = [111]$. Тогда*

$[233] = \big(as^2 - 3s^3 + 2as - 6s^2 + 2a - 4s\big)\big(s^2+2s+2\big)/s^2$,

$[112] = s^2 - a + s - 1$.

Доказательство. Заметим, что $[113] = [123] = [131] = [133] = [213] = [231] = [311] = [313] = [321] = [331] = 0$. Отсюда сразу получаем $[312] = [132] = p^2_{13} - 0 = (s^2 + s + 1)(s + 1)$, $[121] = [211] = s(s^2 + 3s + 4) - a$ и $[112] = p^2_{11} - 1 = (s^2 + s - 1) - a$. Далее, $[122] = s(s^2 + s + 1)(s + 2) - [121]$, $[122] = s^4 + 2s^3 + a - 2s$, $[221] = s^4 + 2s^4 - 3s - 1 + a$, $[211] = s^3 + 3s^2 - a + 4s$ и $[212] = s^4 + 2s^3 + a - 2s$.

Положим $b = [223]$. Отсюда получаем $[323] = [233] = (s^2 + s + 1)(s + 1)^3 - b$. Далее, $[232] = [322] = -s^3 - 2s^2 - 2s - 1 + b$. Из соотношения $[221] + [222] + b = p^2_{22}$ получаем $[222] = s^6 + 5s^5 + 9s^4 + 10s^3 + 9s^2 + 6s + 1 - a - b$. Далее, из соотношения $[132] + [232] + [332] = p^1_{32} - 0 = (s^2+s+1)(s+1)^3$ имеем $[332] = s^5+4s^4+7s^3+7s^2+4s+1-b$. Наконец, из соотношения $[332] + [333] = p^2_{33} - 0 = s(s^2 + 2s + 2)(s + 1)$ получаем $[333] = -s^5 - 3s^4 - 4s^3 - 3s^2 - 2s - 1 + b$.

Для завершения доказательства леммы заметим, что $q^3_{11} = 0$, отсюда мы имеем $S_{311} = \sum_{r,s,t=0}^{d} Q_{r1}Q_{s1}Q_{t3}[rst] = 0$. Подставляя в это равенство ранее полученные значения тройных чисел пересечений и выражая параметр b, имеем

$$b = \frac{s^7 + 4\,s^6 - as^4 + 10\,s^5 - 4\,as^3 + 19\,s^4 - 8\,as^2 + 26\,s^3 - 8\,as + 21\,s^2 - 4\,a + 8\,s}{s^2}$$

и $[233] = (as^2 - 3s^3 + 2as - 6s^2 + 2a - 4s)(s^2 + 2s + 2)/s^2$. □

По лемме 1.2 выполняются неравенства $a > \dfrac{3s^3 + 6s^2 + 4s}{s^2 + 2s + 2}$ и $a \le s^2 + s - 1$.

Кроме того, из условия целочисленности числа [233] следует делимость числа $4(a-2s+2as)$ на s^2. Если s — нечетное число, то $(2s + 1)a \equiv 2s \pmod{s^2}$. Отсюда $a = 2s + ts^2$.

Заметим, что $\dfrac{3s^3 + 6s^2 + 4s}{s^2 + 2s + 2} > 2s$, поэтому $t \ge 1$. Однако в этом случае $s^2+s-1 < 2s+ts^2$; противоречие.

Теорема 1 доказана.

2. Доказательство теоремы 2

Рассмотрим сначала дистанционно регулярный граф Γ с массивом пересечений $\{83, 54, 21; 1, 6, 63\}$. Этот граф имеет спектр 83^1, 29^{83}, -1^{747}, -7^{249} и дуальную матрицу собственных значений

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 83 & 747 & 249 \\ 1 & 29 & -9 & -21 \\ 1 & -1 & -9 & 9 \\ 1 & -7 & 27 & -21 \end{pmatrix}.$$

Лемма 2.1. *Числа пересечений графа* Γ *равны*
(1) $p^1_{11} = 28$, $p^1_{21} = 54$, $p^1_{32} = 189$, $p^1_{22} = 504$, $p^1_{33} = 60$;
(2) $p^2_{11} = 6$, $p^2_{12} = 56$, $p^2_{13} = 21$, $p^2_{22} = 522$, $p^2_{23} = 168$, $p^2_{33} = 60$;
(3) $p^3_{12} = 63$, $p^3_{13} = 20$, $p^3_{22} = 504$, $p^3_{23} = 180$, $p^3_{33} = 48$.

Доказательство. Утверждения проверяются непосредственно с помощью формул из [1, лемма 4.1.7]. □

Лемма 2.2. *Пусть* u, v, w *— вершины графа* Γ *с* $d(u,v) = 2, d(u,w) = d(v,w) = 1$, $[ijh] = \begin{bmatrix} uvw \\ ijh \end{bmatrix}$ *и* $a = [111]$. *Тогда*
$[112] = -a + 5$, $[121] = [211] = -a + 28$, $[122] = [212] = a + 28$,
$[132] = [312] = 21$,
$[221] = a + 25$, $[222] = 24a + 168$, $[223] = -25a + 329$,
$[232] = [322] = -25a + 308$, $[233] = [323] = [332] = 25a - 140$,
$[332] = 25a - 140$, $[333] = -25a + 200$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Заметим, что граф с массивом пересечений $\{83,54,21;1,6,63\}$ принадлежит серии $\{(s+1)^4+s,(s+1)^4-(s+1)^3,(s^2+s+1)(s+1);1,(s+1)s,(s^2+s+1)(s+1)^2\}$ при $s=2$. Подставляя $s=2$ в формулу выше, получаем требуемые равенства. $\square$

По лемме 2.2 имеем $[112]=-a+5$ и $[323]=25a-140$. Поэтому $28/5\le a\le 5$; противоречие.

Рассмотрим теперь дистанционно регулярный граф Γ с массивом пересечений $\{629,500,105;1,20,525\}$. Этот граф имеет спектр $629^1,129^{629},-1^{15725},-21^{3145}$ и дуальную матрицу собственных значений

$$Q=\begin{pmatrix} 1 & 629 & 15725 & 3145\\ 1 & 129 & -25 & -105\\ 1 & -1 & -25 & 25\\ 1 & -21 & 125 & -105\end{pmatrix}.$$

Лемма 2.3. *Числа пересечений графа* Γ *равны*
(1) $p^1_{11}=128$, $p^1_{21}=500$, $p^1_{32}=2625$, $p^1_{22}=12600$, $p^1_{33}=520$;
(2) $p^2_{11}=20$, $p^2_{12}=504$, $p^2_{13}=105$, $p^2_{22}=12700$, $p^2_{23}=2520$, $p^2_{33}=520$;
(3) $p^3_{12}=525$, $p^3_{13}=104$, $p^3_{22}=12600$, $p^3_{23}=2600$, $p^3_{33}=440$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Утверждения проверяются непосредственно с помощью формул из [1, лемма 4.1.7]. $\square$

Лемма 2.4. *Пусть* u,v,w *— вершины графа* Γ *с* $d(u,v)=d(u,w)=d(v,w)=3$, $[ijh]=\begin{bmatrix} uvw\\ ijh\end{bmatrix}$ *и* $b=[122]$. *Тогда*
$[123]=[132]=[213]=[231]=[312]=[321]=-b+525$, $[133]=[313]=[331]=b-421$,
$[222]=-15b+33075/2$, $[223]=[232]=[322]=14b-7875/2$, $[233]=[323]=[332]=-13b+12025/2$ *и*
$[333]=12b-10305/2$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Заметим, что $[111]=[112]=[113]=[121]=[131]=[211]=[311]=0$. Из соотношений $b+[132]=p^3_{12}-0=525$ и $b+[123]=p^3_{13}-0=525$ получаем $[132]=[123]=525-b$. Равенство $[132]+[133]=p^3_{13}-0=104$ влечет $[133]=104-(525-b)=b-421$.

Положим $c=[221]$. Из соотношений $c+[321]=p^3_{31}-0=525$ и $c+[231]=p^3_{21}-0=525$ получаем $[321]=[231]=525-c$. Аналогично, $[231]+[331]=p^3_{31}-0=104$ влечет $[331]=-421$.

Положим $d=[312]$. Из соотношений $[212]+d=p^3_{32}-0=525$ получим $[212]=525-d$. Равенство $d+[313]=p^3_{33}-0=104$ влечет $[313]=104-d$. Соотношение $[212]+[213]=p^3_{23}-0=525$ дает $[213]=d$.

Положим теперь $e=[222]$. Из соотношений $b+e+[322]=p^3_{32}-0=12600$ и $c+e+[223]=p^3_{23}-0=12600$ получаем $[322]=12600-b-e$ и $[223]=12600-c-e$. Равенство $d+[322]+[332]=p^3_{32}-0=2600$ влечет $[332]=b-d+e-10000$. Из равенства $[212]+e+[232]=p^3_{22}-0=12600$, получаем $[232]=d-e+12075$. Далее, $[323]=2600-(525-b)-(12600-c-e)=b+c+e-10525$. Затем получаем $[233]=c-d+e-10000$ и из соотношения $[333]=439-[133]-[233]$ имеем $[333]=-b-c+d-e+10860$.

Так как $q^3_{11}=q^1_{31}=q^1_{13}=0$, то $S_{311}=S_{131}=S_{113}=0$. Получаем еще 3 уравнения: $15c-15d+2e=25200$, $15b+15c+2e=33075$ и $15b-15d+2e=25200$. Отсюда $e=-15b+33075/2$, $d=525-b$ и $c=b$. $\square$

Ввиду леммы 2.4 имеем противоречие с тем, что число $[222]=-15b+33075/2$ не целое.

Теорема 2 доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Brouwer A.E., Cohen A.M., Neumaier A.** Distance-regular graphs. Berlin; Heidelberg; N Y: Springer-Verlag, 1989. 495 p.

2. **Белоусов И.Н., Махнев А.А., Нирова М.С.** О дистанционно регулярных Q-полиномиальных графах Γ с сильно регулярными графами Γ_2 и Γ_3 // Сиб. электрон. мат. изв. 2019. Т. 16. С. 1358–1365.
3. **Coolsaet K., Jurishich A.** Using equality in the Krein conditions to prove nonexistence of certain distance-regular graphs // J. Comb. Theory. Ser. A. 2008. Vol. 115, no. 6. P. 1086–1095. doi: 10.1016/j.jcta.2007.12.001 .

Поступила 10.09.2019
После доработки 7.11.2019
Принята к публикации 11.11.2019

Махнев Александр Алексеевич
д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН, главный науч. сотрудник
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН;
Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург
e-mail: makhnev@imm.uran.ru

Голубятников Михаил Петрович
математик 1 кат.
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН;
Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург
e-mail: mike_ru1@mail.ru

REFERENCES

1. Brouwer A.E., Cohen A.M., Neumaier A. *Distance-regular graphs.* Berlin; Heidelberg; N Y: Springer-Verlag, 1989, 495 p. ISBN: 3-540-50619-5 .
2. Belousov I.N., Makhnev A.A., Nirova M.S., On Q-polynomial distance-regular graphs Γ with strongly regular graphs Γ_2 and Γ_3. *Sib. Elektron. Mat. Izv.*, 2019, vol. 16, pp. 1385–1392. doi: 10.33048/semi.2019.16.096 .
3. Coolsaet K., Jurishich A. Using equality in the Krein conditions to prove nonexistence of certain distance-regular graphs. *J. Comb. Theory.* Ser. A, 2008, vol. 115, no. 6, pp. 1086–1095. doi: 10.1016/j.jcta.2007.12.001 .

Received September 10, 2019
Revised November 7, 2019
Accepted November 11, 2019

Funding Agency: This work was supported by the Russian Academic Excellence Project (agreement no. 02.A03.21.0006 of August 27, 2013, between the Ministry of Education and Science of the Russian Federation and Ural Federal University).

Aleksandr Alekseevich Makhnev, Dr. Phys.-Math. Sci., Prof., Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620108 Russia; Ural Federal University, Yekaterinburg, 620083 Russia, e-mail: makhnev@imm.uran.ru .

Mikhail Petrovich Golubyatnikov, graduate student, Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, 620108 Russia; Ural Federal University, Yekaterinburg, 620083 Russia, e-mail: mike_ru1@mail.ru .

Cite this article as: A. A. Makhnev, M. P. Golubyatnikov. Nonexistence of certain Q-polynomial distance-regular graphs, *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki URO RAN*, 2019, vol. 25, no. 4, pp. 136–141 .